

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA ALGEBRAIK TENGLAMALARNI O'RGANISH USLUBLARI

A.Axlimirzaev, ADU matematika kafedrası professori

K.Turgunova, ADU matematika yo'nalishi tayanch doktoranti

Z.Rustamova, ADU matematika kafedrası o'qituvchisi

D.Xojiev, ADU qoshidagi akademik litsey o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lim maktablari matematika kursida o'rganiladigan algebraik tenglamalarning ba'zi bir turlari va ularni yechish usullari yetarlicha misollar yordamida bayon qilingan.

Kalit so'zlar: Algebraik tenglama, bir noma'lumli tenglama, teng kuchli tenglama, ko'phad, kvadrat tenglama, kub tenglama, uchhad, noma'lum koefitsientlar metodi, bikvadrat tenglama, qaytma tenglama.

Аннотация: В данной статье описываются некоторые типы алгебраических уравнений и методы их решения изучаемых в средней общеобразовательной школе. Приведены достаточного количества примеров с решениями.

Ключевые слова: алгебраическое уравнение, уравнение с одним неизвестным, равносильные уравнение, многочлен, квадратное уравнение, кубическое уравнение, трехчлен, метод неизвестных коэффициентов, биквадратное уравнение, возвратные уравнения.

Annotation: This article describes some types of algebraic equations and methods of their solution studied in secondary school. A sufficient number of examples with solutions are given.

Keywords: algebraic equation, equation with one unknown, equivalent equation, polynomial, quadratic equation, cubic equation, trinomial, method of unknown coefficients, biquadrate equation, return equations.

Kirish. Bugungi kunda fan va texnikaning jadal sur'atlar bilan rivojlanib borayotganligi umumiy o'rta ta'lim maktablari va akademik litseylar oldiga jamiyatimizning turli sohalarida faol harakat qila oladigan yoshlarni tarbiyalashdek mas'uliyatli vazifalarni qo'ydi.

Bu boradagi ishlar mamlakatimizda davlat siyosati darajasiga ko'tarildi. Jumladan, bu borada mamlakatimiz Prezidentining “O'zbekiston Respublikasi Xalq Tahlimi Vazirligi faoliyatini takomillashtirish to'g'risida” gi 2017 yil 30

sentyabrg', PQ-3304-son Qarorida "... xalq tahlimi tizimini rivojlantirishga qaratilgan yagona davlat siyosatini amalga oshirish, umumiy o'rta va maktabdan tashqari tahlimni har tomonlama rivojlantirish, o'quvchilarning bilimi va mahnaviy-axloqiy darajasini yanada yuksaltirish ..."¹ xalq tahlimi tizimi oldidagi ustuvor vazifalardan biri qilib belgalangan.

Mavzuga oid adabiyotlarning tahlili.

Umumiy o'rta ta'lim maktablarida algebra kursini o'qitilishida tenglamalar katta ahamiyatga ega. Bunday tenglamalar orasida algebraik tenglamalarga M.K.Potapov, S.N.Olexnik, Yu.V.Nesterenko, V.V.Vavilov, I.I.Mel'nikovlar o'z asarlariga atroflicha fikrlar bildirib o'tganlar.

O'zbek uslubchi olimlardan A.U.Umirbekov, Sh.Sh,Shaabzalov, T.To'laganov, A.Normatov, A.Axlimirzayevlar ham bu borada ko'plab ishlar olib borganlar.

Tadqiqot metodologiyasi.

Ma'lumki, tenglama tushunchasi matematika kursining muhim tushunchalaridan biri hisoblanadi. Amaliyotning ko'plab masalalarini yechish ularning matematik modeli bo'lgan tenglamani tuzishga va uni yechishga keltiriladi. Masalaning matematik modeli algebraik yoki trasendent tenglama bo'lishi mumkin.

$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga algebraik tenglama deyiladi. Bu yerda P bir yoki bir nechta $x_1, x_2, \dots, x_n$ o'zgaruvchilarga bog'liq ko'phad. $x_1, x_2, \dots, x_n$ lar noma'lumlar. Agar x_1 ni o'rniga a_1 ni, x_2 ni o'rniga a_2 ni va xokazo x_n ni o'rniga a_n ni qo'yganda to'g'ri tenglik hosil bo'lsa, u holda $a_1, a_2, \dots, a_n$ sonlarning tartiblangan $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ termasi $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ tenglamani qanoatlantiradi deyiladi. Masalan, tartiblangan $(6, 8, 10)$ uchlik $x^2 + y^2 = z^2$ tenglamani qanoatlantiradi. Chunki, $6^2 + 8^2 = 10^2$.

Agar berilgan tenglamada noma'lum faqat bitta bo'lsa, u holda tenglamani bir noma'lumli tenglama deyiladi.

¹ Toshkent sh., 2017 yil 30 sentyabr, IIK-3304-son

Agar ikkita algebraik tenglamadan birinchisining ildizi ikkinchisining ham ildizi va aksincha bo'lsa, yoki har ikkala tenglama ildizga ega bo'lmasa, bunday tenglamalar teng kuchli tenglamalar deb ataladi.

Masalan, $x^2 - 6x + 8 = 0$ va $(x-2)(x-4) = 0$ yoki $x^2 + 7 = 0$ va $3x^2 + 10 = 0$ tenglamalar teng kuchlidir. P ko'phadning darajasi $P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ tenglamaning darajasi deyiladi. Masalan, $5x - 2y + 2 = 0$ tenglama birinchi darajali, $x^3 + y^3 = z^3$ tenglama uchinchi darajali, $x^6 - 3x^3 + 1 = 0$ esa oltinchi darajali tenglamadir. Birinchi darajali tenglamalar chiziqli tenglamalar, ikkinchi darajali tenglamalar kvadrat tenglamalar deb ataladi. Bunday tenglamalarni yechish usullari mavjud. $x^3 + px + q = 0$ ko'rinishdagi uchinchi darajali tenglamani yechish usuli J.Kardano (1500-1576) tomonidan e'lon qilingan bo'lib, u Kardano formulasi deyiladi. Uning ko'rinishi quyidagicha:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

To'rtinchi darajali tenglamalarning xususiy holi bo'lgan $ax^4 + bx^2 + c = 0$ tenglama bikvadrat tenglama deb ataladi va u $x^2 = y$ almashtirish bilan kvadrat tenglamaga keltirib yechiladi. Xuddi shunday $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ ko'rinishdagi tenglamalar ham $y = x^n$ almashtirish bilan kvadrat tenglamaga keltiriladi.

Tahlil va natijalar.

Ko'plab metodik adabiyotlarda algebraik tenglamaga quyidagicha ta'rif beriladi:

Agar $f(x) = g(x)$ tenglamaning har ikki tomoni x noma'lumga nisbatan ko'phad (yoki kasr-ratsional funksiya) bo'lsa, bunday tenglama algebraik (kasr-ratsional) tenglama deyiladi.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0, \quad a_n \neq 0 \quad (1)$$

tenglamaga n -darajali algebraik tenglama deyiladi [1].

Quyidagi teorema tenglamaning ratsional ildizi mavjudligining belgisi hisoblanadi:

1-Teorema. Agar koeffisientlari butun son bo'lgan (1) tenglama $\frac{m}{n}((m,n)=1)$

kabi ratsional ildizga ega bo'lsa, u holda a_0 son m ga, a_n esa n ga qoldiqsiz bo'linadi.

2-Teorema. (Bezu teoremasi). Agar (1) tenglama $x=a$ ildizga ega bo'lsa, uning chap tomoni $x-a$ ga qoldiqsiz bo'linadi.

1-misol. $x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish. 1-usul. Bu tenglamada $a_n=1, a_0=-10$ bo'lgani uchun a_0 ning $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$ bo'luvchilarini aniqlaymiz. 1-teoremaga asosan tenglamadagi x ning o'rniga shu qiymatlarni qo'yib ko'rsak, $x_1 = -1$ va $x_2 = 2$ lar berilgan tenglamani ildizlar ekanligini ko'ramiz. Bezu teoremasiga asosan, tenglamaning chap tomoni $x+1$ va $x-2$ ga, shu jumladan $(x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$ ga bo'linishi kelib chiqadi. Bo'lishni bajarib $x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = 0, (x+1)(x-2)(x^2 + x + 5) = 0$ ga ega bo'lamiz. Bu tenglama quyidagi tenglamalar majmuasiga teng kuchli:

$$\begin{cases} x+1=0, \\ x-2=0, \\ x^2+x+5=0 \end{cases}$$

Bundagi uchinchi tenglama yechimga ega emas. Demak, berilgan tenglamaning ildizlari $x_1 = -1$ va $x_2 = 2$ lardan iborat.

2-usul. Ba'zida algebraik tenglamaning chap tomonidagi ko'phadni bir qancha $x^2 + p_k x + q_k$ ($k=1,2,\dots$) uchhadlar ko'paytmasi tarzidagi ifodasiga keltirib yechish qulay bo'ladi. (bunda p_k, q_k lar vaqtincha noma'lum koeffitsientlar). Berilgan tenglama to'rtinchi darajali tenglama bo'lgani uchun uni quyidagicha yozamiz:

$$x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = (x^2 + p_1 x + q_1)(x^2 + p_2 x + q_2) \quad (2)$$

Qavslarni ochib, bir xil darajali x ning koeffitsientlarini o'zaro tenglashtirib p_1, p_2, q_1, q_2 larni topamiz.

$$x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = x^4 + p_2 x^3 + q_2 x^2 + p_1 x^3 + p_1 p_2 x^2 + p_1 q_2 x + q_1 x^2 + p_2 q_1 x + q_1 q_2,$$

$$x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = x^4 + (p_2 + p_1)x^3 + (p_1 p_2 + q_2 + q_1)x^2 + (p_1 q_2 + p_2 q_1)x + q_1 q_2,$$

Bundan quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 0, \\ p_1 p_2 + q_1 + q_2 = 2, \\ p_1 q_2 + p_2 q_1 = -7, \\ q_1 q_2 = -10 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib $p_1 = -1, q_1 = -2, p_2 = 1, q_2 = 5$ larni topamiz.

Demak, berilgan tenglama

$$x^4 + 2x^2 - 7x - 10 = (x^2 - x - 2)(x^2 + x + 5)$$

ko'rinishga keldi. Bundan $x^2 - x - 2 = 0$ va $x^2 + x + 5 = 0$ lardan iborat ikkita tenglamaga ega bo'lamiz. Bularning birinchisidan $x_1 = -1$ va $x_2 = 2$ larni topamiz. Ikkinchi tenglama esa yechimga ega emas.

Javob: $\{-1; 2\}$.

Algebraik tenglamalarni noma'lum koeffitsientlar metodi bilan yechishda, ba'zan hosil bo'lgan tenglamalar sistemasini yechish qiyinchiliklarga olib kelishi mumkin. Shuning uchun ham bu usuldan har doim ham foydalanish qulay bo'lmasligi mumkin.

1-Ta'rif. Arag (1) tenglamada $a_n = a_0, a_{n-1} = a_1, a_{n-2} = a_2, \dots$ shartlar bajarilsa, u holda tenglamani n -darajali qaytma tenglama deyiladi [2].

Masalan, $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$ va $x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 0$ tenglamalar qaytma tenglamalardir.

3-Teorema. Har qanday $2k$ ($k \in \mathbb{N}$) darajali qaytma tenglama $t = x + \frac{1}{x}$ ga nisbatan k darajali algebraik tenglamaga teng kuchli almashadi.

4-Teorema. Har qanday $2k+1$ ($k \in \mathbb{N}$) darajali qaytma tenglamaning chap tomoni $x+1$ ga qoldiqsiz bo'linib, bo'linmada juft darajali tenglama hosil bo'ladi.

Bunda $t = x + \frac{1}{x}$ uchun quyidagi ayniyatlar qo'llaniladi:

$$1) x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2;$$

$$2) x^3 + \frac{1}{x^3} = t^3 - 3t;$$

$$3) x^4 + \frac{1}{x^4} = t^4 - 4t^2 + 2;$$

$$4) x^5 + \frac{1}{x^5} = t^5 - 5t^3 + 5t;$$

$$5) x^6 + \frac{1}{x^6} = t^6 - 6t^4 + 9t^2 - 2 \text{ va xokazo.}$$

$ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$ ($a \neq 0$) uchinchi darajali qaytma tenglamadir.

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$ ($a \neq 0$) tenglama esa to'rtinchi darajali qaytma tenglamadir.

2-misol. $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish. $x \neq 0$ ekanligi ravshan. Shuning uchun tenglamani har ikkala qismini hadma-had x^2 ga bo'lamiz

$$x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0, \quad x^2 - 10x + 26 - \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} - 10\left(x + \frac{1}{x}\right) + 26 = 0.$$

$x + \frac{1}{x} = t$ deb olsak, $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ bo'lib, berilgan tenglama $t^2 - 2 - 10t + 26 = 0$ yoki $t^2 - 10t + 24 = 0$ ko'rinishga keladi. Buni yechib $t_1 = 4$ va $t_2 = 6$ larni topamiz. Demak, biz $x + \frac{1}{x} = 4$ va $x + \frac{1}{x} = 6$ lardan iborat tenglamaga ega bo'ldik. Ularni yechamiz:

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = 4, \quad x^2 - 4x + 1 = 0, \quad x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-1} = 2 \pm \sqrt{3}; \quad x_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{3};$$

$$2) \quad x + \frac{1}{x} = 6, \quad x^2 - 6x + 1 = 0, \quad x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-1} = 3 \pm 2\sqrt{2}; \quad x_3 = 3 + 2\sqrt{2}, \quad x_4 = 3 - 2\sqrt{2}.$$

Javob: $\{2 + \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3}; 3 + 2\sqrt{2}; 3 - 2\sqrt{2}\}$.

3-misol. $x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 4x - 1 = 0$ tenglama yechilsin [4].

Yechish: Qaytma tenglama toq darajali bo'lsa, u holda uning bitta ildizi doimo 1 ga teng bo'ladi. Demak, berilgan tenglamaning chap tomoni $x-1$ ga bo'linadi. Bo'lishni bajarib.

$(x-1)(x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1) = 0$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bundan $x^4 + 5x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$ tenglama hosil bo'ladi. Buni yechamiz. Buning uchun uning har ikkala tomonini $x^2 \neq 0$ ga hadma-had bo'lamiz.

$$x^2 + 5x + 2 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2 = 0. \quad t = x + \frac{1}{x} \text{ almashtirish bajaramiz. U}$$

holda $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ bo'lib, oxirgi tenglama $t^2 - 2 + 5t + 2 = 0$ yoki $t^2 + 5t = 0$ ko'rinishga

keladi. Bundan $t_1 = 0$ va $t_2 = -5$ larni topamiz. Demak, biz $x + \frac{1}{x} = 0$ va $x + \frac{1}{x} = -5$

ko'rinishdagi tenglamalarga ega bo'ldik. Ularni yechamiz:

$$1) \quad x + \frac{1}{x} = 0, \quad x^2 + 1 = 0. \text{ Bu tenglama haqiqiy ildizlarga ega emas.}$$

$$2) \quad x + \frac{1}{x} = -5, \quad x^2 + 5x + 1 = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}, \quad x_1 = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}, \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Javob: } \left\{ 1, \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2} \right\}.$$

4-misol. $(x^2 + x + 1)^2 - 3x^2 - 3x - x = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Agar qavsni ochadigan bo'lsak, tenglamani ko'rinishi yanada murakkablashadi. Shuning uchun bu tenglamani yechishda belgilash usulidan foydalanamiz. Tenglamani chap tomonini ko'rinishini o'zgartiramiz:

$(x^2 + x + 1)^2 - 3(x^2 + x + 1) + 2 = 0$, $x^2 + x + 1 = t$ deylik, u holda $t^2 - 3t + 2 = 0$ tenglama hosil bo'ladi. Bundan esa $t_1 = 1, t_2 = 2$ larni topamiz. Demak, biz $x^2 + x + 1 = 1$ va $x^2 + x + 1 = 2$ tenglamalarga ega bo'ldik. Ularni yechamiz:

$$1) \quad x^2 + x + 1 = 1, \quad x^2 + x = 0, \quad x(x+1) = 0, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 0.$$

$$2) \quad x^2 + x + 1 = 2, \quad x^2 + x - 1 = 0, \quad x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Javob: } \left\{ -1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}.$$

5-misol. $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: $a_n = 1$ va $a_0 = -12$ bo'lgani uchun a_0 ning bo'luvchilari $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$ lardan iborat. Tekshirib ko'rib $x_1 = 1$ va $x_2 = -2$ lar berilgan tenglamaning ildizlari ekanligini ko'ramiz. Shuning uchun berilgan tenglamaning chap tomoni $x-1$ va $x+2$ larga yoki $(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$ ga bo'linadi. Bo'lishni bajarib $(x-1)(x+2)(x^2 + x + 6) = 0$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglama $x-1=0$, $x+2=0$ va $x^2 + x + 6=0$ tenglamalar majmuasiga teng kuchli. Bulardan $x_1 = 1$ va $x_2 = -2$ larni topamiz. $x^2 + x + 6=0$ tenglama esa yechimga ega emas.

$$\text{Javob: } \{-2; 1\}.$$

6-misol. $6x^4 - x^3 + 5x^2 - x - 1 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Dastlab $x = -\frac{1}{y}$, belgilash qilamiz.

$$6x^4 - x^3 + 5x^2 - x - 1 = 0, \quad \frac{6}{y^4} + \frac{1}{y^3} + \frac{5}{y^2} + \frac{1}{y} - 1 = 0, \quad 6 + y + 5y^2 + y^3 - y^4 = 0,$$

$y^4 - y^3 - 5y^2 - y - 6 = 0$. Hosil bo'lgan tenglama ozod hadining bo'luvchilari $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6$ lardan iborat. O'rniga qo'yib ko'rib bulardan $y = -2$ oxirgi tenglamani qanaotlantirishini ko'ramiz. Demak, oxirgi tenglama $y + 2$ ga bo'linadi. Bo'lishni bajarib $(y + 2)(y^3 - 3y^2 + y - 3) = 0$ tenglamaga ega bo'lamiz. Endi $y^3 - 3y^2 + y - 3 = 0$ tenglamani yechamiz. Buning uchun uning chap tomonini ko'paytuvchilarga ajratamiz. $y^3 - 3y^2 + y - 3 = 0$, $y^2(y - 3) + (y - 3) = 0$, $(y - 3)(y^2 + 1) = 0$. Bundan esa $y = 3$ va $y^2 + 1 = 0$ bo'lib, ikkinchi tenglama yechimga ega emas.

Shunday qilib $x_1 = -\frac{1}{y_1} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$ va $x_2 = -\frac{1}{y_2} = -\frac{1}{3}$

Javob: $\left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$.

7-misol. $x^4 + 11x^2 + 10 + 7x(x^2 + 1) = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Bu tenglamani yuqoridagi usullar bilan yechib bo'lmaydi. Dastlab $x^4 + 11x^2 + 10$ uchhadni ko'paytuvchilarga ajratamiz.

$x^4 + 11x^2 + 10 = x^4 + x^2 + 10x^2 + 10 = x^2(x^2 + 1) + 10(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^2 + 10)$. Buni berilgan tenglamaga qo'yamiz. $(x^2 + 1)(x^2 + 10) + 7x(x^2 + 1) = 0$, $(x^2 + 1)(x^2 + 10 + 7x) = 0$, $x^2 + 1 \neq 0$ bo'lgani uchun oxirgi tenglamadan $x^2 + 7x + 10 = 0$ ni yozamiz. Bundan esa $x_1 = -2$ va $x_2 = -5$ larni topamiz. Bu tenglamani ham ozod hadining bo'luvchilaridan foydalanib yechish mumkin edi. Lekin bu yerda biz qo'llagan usul soddaroq.

Javob: $\{-2; -5\}$.

8-misol. $4x^4 + 6x^3 - 10x^2 - 9x + 9 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Dastlab tenglamani har ikkala tomonini x^2 ga bo'lamiz

$$4x^4 + 6x^3 - 10x^2 - 9x + 9 = 0, \quad 4x^2 + 6x - 10 - \frac{9}{x} + \frac{9}{x^2} = 0, \quad 4x^2 + \frac{9}{x^2} + 3\left(2x - \frac{3}{x}\right) - 10 = 0 \quad y = 2x - \frac{3}{x}$$

deylik, u holda $4x^2 + \frac{9}{x^2} = y^2 + 12$ bo'ladi. Belgilashlarni e'tiborga olsak, oxirgi tenglamadan $y^2 + 12 + 3y - 10 = 0$ yoki $y^2 + 3y + 2 = 0$ tenglama kelib chiqadi. Bundan

$y_1 = -1$ va $y_2 = -2$ larni topamiz. Endi eski noma'lumga qaytamiz. Natijada $2x - \frac{3}{x} = -1$

va $2x - \frac{3}{x} = -2$ tenglamalarga ega bo'lamiz:

$$1) 2x - \frac{3}{x} = -1, 2x^2 + x - 3 = 0, x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}; x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2};$$

$$2) 2x - \frac{3}{x} = -2, 2x^2 + 2x - 3 = 0, x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+6}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}; x_3 = \frac{\sqrt{7}-1}{2}, x_4 = -\frac{\sqrt{7}+1}{2}$$

$$\text{Javob: } \left\{ -\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{7}+1}{2}; \frac{\sqrt{7}-1}{2}; 1 \right\}.$$

Bu tenglamani yechishda ham ozod hadning bo'luvchilaridan foydalanish biroz qiyinchiliklarga olib kelar edi.

9-misol. $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Tenglamaning chap tomonini ko'paytuvchilarga ajratamiz:

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 &= (x^4 + 2x^3) + 5x^2 + 10x - 6x - 12 = x^3(x+2) + 5x(x+2) - 6(x+2) = \\ &= (x+2)(x^3 + 5x - 6) = (x+2)(x^3 - 1 + 5x - 5) = (x+2)[(x-1)(x^2 + x + 1 + 5)] = \\ &= (x+2)(x-1)(x^2 + x + 6). \end{aligned}$$

Shunday qilib, berilgan tenglama $(x+2)(x-1)(x^2 + x + 6) = 0$ ko'rinishga keladi.

Bundan $x+2=0$, $x-1=0$ va $x^2 + x + 6 = 0$ larni yozamiz. Ularni yechamiz:

$$1) x+2=0, x_1 = -2; 2) x-1=0, x_2 = 1; 3) x^2 + x + 6 = 0 \text{ tenglama yechimga ega}$$

emas.

$$\text{Javob: } \{-2; 1\}.$$

10-misol. $x^5 - 1 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Berilgan tenglamaning ildizlaridan biri 1 ga tengligi ravshan. Demak, tenglamaning chap tomoni $x-1$ ga bo'linadi. Bo'lishni bajarib $(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 0$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglamadan $x-1=0$ va $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ larni yozamiz. Bularning birinchisidan $x_1 = 1$ ni topamiz. Ikkinchi tenglama qaytma tenglamadir. Uni yechish uchun dastlab x^2 ga bo'lamiz.

$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, $x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$, $x + \frac{1}{x} = y$ deb olsak, $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$ bo'ladi. Demak, oxirgi tenglama $y^2 - 2 + y + 1 = 0$ yoki $y^2 + y - 1 = 0$ ko'rinishga keldi. Uni yechamiz.

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}; \quad y_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad y_2 = -\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

Demak, biz x ni aniqlash uchun $2x^2 + (1 + \sqrt{5})x + 2 = 0$ va $2x^2 - (\sqrt{5} - 1)x + 2 = 0$ kvadrat tenglamalarga keldik. Bu tenglamalar yechimga ega emas.

Javob: $\{1\}$.

11-misol. $2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0$ tenglama yechilsin.

Yechish: Bu toq darajali qaytma tenglamadir. Uning ildizlaridan biri -1 ga tengligi ravshan. Tenglamaning chap tomonini $x+1$ ga bo'lib $(x+1)(2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2) = 0$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bundan $x+1=0$ va $2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$ tenglamalarni hosil qilamiz. Ikkinchi tenglama ham qaytma tenglamadir. Uni yechish uchun dastlab x^2 ga bo'lamiz va $y = x + \frac{1}{x}$ deb olamiz.

$$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0, \quad 2x^2 + 3x - 16 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} = 0, \quad 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 16 = 0,$$

$$2(y^2 - 2) + 3y - 16 = 0, \quad 2y^2 - 4 + 3y - 16 = 0, \quad 2y^2 + 3y - 20 = 0, \quad y_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{4} = \frac{-3 \pm 13}{4};$$

$y_1 = \frac{5}{2}, \quad y_2 = -4$. Demak, biz x ni aniqlash uchun $x^2 + 4x + 1 = 0$ va $2x^2 - 5x + 2 = 0$ kvadrat tenglamalarga ega bo'ldik. Ularni yechamiz:

$$1) \quad x^2 + 4x + 1 = 0, \quad x_{2,3} = -2 \pm \sqrt{4 - 1} = -2 \pm \sqrt{3};$$

$$2) \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0, \quad x_{4,5} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}; \quad x_4 = 2, \quad x_5 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Javob: } \left\{-1; 2; \frac{1}{2}; -2 \pm \sqrt{3}\right\}.$$

Xulosa va takliflar.

Bu yerda ko'rilgan va ularga o'xshash algebraik tenglamalarni yechish jarayonida o'quvchilarda tenglamalar bo'yicha bilimlar yanada mustaxkamlanadi, hamda ularning ijodiy fikrlash qobiliyatlari yanada rivojlanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. М.К.Потапов, С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко. Конкурсные задачи по математике. Москва, 1995.-544с.

2. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И., Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М.: Наука, 1987.-240с.
3. А.У. Умирбеков, Ш.Ш.Шаабзалов. Математикани такрорланг. Т.:Ўқитувчи, 1989.- 440б.
4. Т.Толаганов, А.Норматов. Математикадан практикум. Т.: Ўқитувчи, 1981. -299б.
5. A.Axlimirzayev, F.Haliqov, Y.Raximberdiyev, D.Ashurov. Tenglama va tengsizliklar. Andijon, 2016. -220 b.
6. К.У.Шахно. Справочник по математике. Учпедгиз. Ленинград, 1957. – 215с.

